

ESTIMACIÓN DE CAUDALES MÁXIMOS USANDO HIDROGRAMAS UNITARIOS SINTÉTICOS Y EL MÉTODO RACIONAL

Julián David Rojo Hernández. I.C. MSc. Recursos Hidráulicos.

Los modelos lluvia escorrentía basados hidrógrafas sintéticas permiten hallar los caudales máximos para diferentes periodos de retorno utilizando los parámetros morfométricos de la cuenca.

Las hidrógrafas unitarias sintéticas permiten construir un hidrograma de escorrentía superficial para una lluvia de duración y profundidad unitaria en cuencas sin registros de caudal. Las componentes principales que definen cada hidrógrafa son: el tiempo de rezago, el tiempo de concentración, el tiempo base y el tiempo al pico, dichas componentes son estimadas en función de parámetros morfométricos de la cuenca tales como el área, la pendiente promedio, cota máxima, cota mínima, distancia al centroide, etc. variando la forma de cálculo entre diferentes metodologías. En el presente documento se exponen las principales ecuaciones para el cálculo de hidrogramas unitarios sintéticos utilizando varios métodos e incluye una breve descripción del método racional.

1. HIDROGRAMA UNITARIO SINTÉTICO DEL SCS

El servicio de conservación de suelos de los Estados Unidos (SCS) desarrolló un hidrograma unitario adimensional a partir de una serie de hidrógrafas observadas en cuencas de muy diversos tamaños ubicadas en diferentes geografías de los Estados Unidos. A continuación se presentan las componentes básicas de dicho hidrograma:

1.1 Tiempo de rezago del modelo SCS

Por definición, el tiempo de rezago para el modelo de Snyder corresponde al tiempo comprendido entre el centroide del histograma de precipitación efectiva y el pico del hidrograma de escorrentía directa correspondiente. Se asume que el rezago es constante para una cuenca ya que depende de los parámetros morfométricos de la misma, por tanto el tiempo de rezago se calcula como:

$$T_R = \frac{L_c^{0.8}(S+1)^{0.7}}{1900S_c^{0.5}} \quad [1]$$

Donde L_c es la longitud del canal principal en pies, S (en pulgadas) corresponde al el factor de retención o almacenamiento de la cuenca calculado utilizando número de curva CN y S_c es la pendiente de la cuenca en porcentaje. El factor de retención S se obtiene del método del SCS para retención o pérdidas mediante la expresión:

$$S = \frac{100}{CN} - 10 \quad [2]$$

Donde CN es el número de curva. Así mismo, el tiempo de concentración en la cuenca puede definirse como:

$$T_c = \frac{5}{3}T_R \quad [3]$$

1.2 Tiempo al pico del modelo SCS

El tiempo al pico esta dado como:

$$T_p = \frac{T}{2} + T_R \quad [4]$$

Donde T representa la duración de la lluvia efectiva en horas y T_R el tiempo de rezago en horas. Se puede demostrar que la duración T de la precipitación efectiva para la cual se construirá el hidrograma unitario será:

$$T = 0.133T_c \quad [5]$$

1.3 Caudal al pico del modelos SCS

El caudal al pico en pies cúbicos por segundo por pulgada se puede calcular como:

$$U_p = \frac{484A_c}{T_p} \quad [6]$$

Donde A_c corresponde al área de la cuenca en millas cuadradas y T_p es el tiempo al pico en horas.

1.4 Esquema de la hidrógrafa del SCS

El hidrograma unitario adimensional curvilíneo del SCS puede ser representado por una hidrógrafa unitario triangular equivalente con las mismas unidades de tiempo y caudal, teniendo por consiguiente el mismo porcentaje del volumen en lado creciente del hidrograma como lo muestra la Figura 1

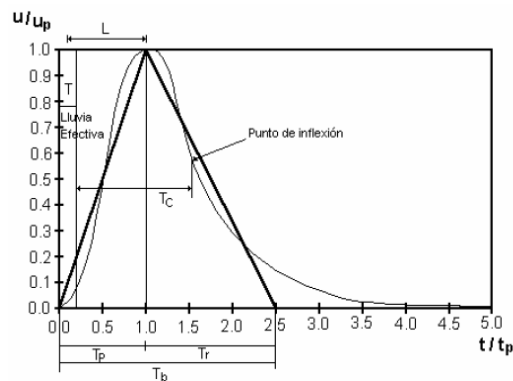


Figura 1 Esquema de la hidrógrafa del SCS. (Fuente: Chow, 1994)

Ejemplo de cálculo: Quebrada el Chumbimbo – Medellín Colombia

PARAMETRO	Unidades	Valor
Área de drenaje	km ²	1.399
Perímetro de la cuenca	km	7.970
Longitud Cauce principal	km	3.750
Longitud río hasta la divisoria	km	3.860
Pendiente cauce principal	%	18.870
Pendiente cuenca	%	26.270
Cota mayor cuenca	m	2226
Cota menor cuenca	m	1524
Cota mayor río	m	2188
Cota menor río	m	1524
Longitud cauce al centroide	km	3.416
Longitud al punto más alejado, Longitud de la cuenca	km	3.300
Relación de elongación		0.346
Factor de forma de Horton		0.094
Coefficiente de Compacidad		1.900

Paso 1: Transforme parámetros morfométricos necesarios al sistema Ingles.

$$A=0.54 \text{ mi}^2.$$

Paso 2: Estime el tiempo de concentración T_c utilizando la ecuación del SCS.

$$T_c = 0.97K^{0.385} \text{ Siendo } K = \frac{L_c^3}{H}$$

Donde L_c es la longitud del cauce hasta la divisoria en kilómetros y H corresponde a la diferencia de cotas entre los puntos extremos del cauce principal en pies.

$$T_c = 0.97 \left[\frac{(3.86)^3}{(2188 - 1524)} \times 3.28084 \right]^{0.385} = 0.47h$$

Recuerde que la duración de la tormenta de diseño será igual al tiempo de concentración, dicho T_c podrá ser estimado utilizando otras metodologías.

Paso 3: se estima el tiempo de rezago utilizando la ecuación [3]

$$T_R = \frac{3}{5}T_c = 0.6(0.47h) = 0.282h$$

Paso 4: Estimar la duración de la precipitación efectiva del el hidrograma unitario usando [5]

$$T = 0.133T_c = 0.133(0.47h) = 0.063h$$

Paso 5: Estimar el tiempo al pico usando la ecuación [4]

$$T_p = \frac{T}{2} + T_R = \frac{0.063}{2} + 0.282 = 0.314h$$

Paso 6: Usando la ecuación [6] se estima el caudal al pico.

$$U_p = \frac{484A_c}{T_p} = \frac{484(0.54)}{0.314} = 834 \frac{ft^3}{s(in)} = 0.93 \frac{m^3}{s(mm)}$$

Paso 7: Determinar (de manera visual) las abscisas y las ordenadas la Figura 1. (Tabla 1)

Tabla 1: Abscisas y ordenadas del hidrograma admimensional del SCS.

Relación de tiempos (t/tp)	Relación de caudales (U/Up)
0	0
0.1	0.03
0.2	0.1
0.3	0.19
0.4	0.31
0.5	0.47
0.6	0.66
0.7	0.82
0.8	0.93
0.9	0.99
1	1
1.1	0.99
1.2	0.93
1.3	0.86
1.4	0.78
1.5	0.68
1.6	0.56
1.7	0.46
1.8	0.39
1.9	0.33
2	0.28
2.2	0.207
2.4	0.147
2.6	0.107
2.8	0.077
3	0.055
3.2	0.04
3.4	0.029
3.6	0.021
3.8	0.015
4	0.011
4.5	0.005
5	0

Paso8: Obtenga las abscisas del hidrograma (Tabla 2) unitario sintético multiplicando la relación de tiempos de la tabla anterior por el tiempo al pico y la relación de caudales por el caudal al pico.

Tabla 2: Cálculo de las abscisas de hidrografa del SCS.

Obtención de las abscisas del Hidrograma del SCS		
Tiempo (horas) = (t/tp)*tp	U (ft³/s/Pulg) = (U/Up)*Up	U (m³/s/mm)
0	0.0	0
0.031	25.0	0.028
0.063	83.4	0.093
0.094	158.4	0.177
0.125	258.5	0.288
0.157	391.9	0.437
0.188	550.3	0.613
0.219	683.7	0.762
0.251	775.4	0.864
0.282	825.4	0.920
0.314	833.8	0.930
0.345	825.4	0.920
0.376	775.4	0.864
0.408	717.1	0.799
0.439	650.4	0.725
0.470	567.0	0.632
0.502	466.9	0.521
0.533	383.5	0.428
0.564	325.2	0.363
0.596	275.1	0.307
0.627	233.5	0.260
0.690	172.6	0.192
0.753	122.6	0.137
0.815	89.2	0.099
0.878	64.2	0.072
0.941	45.9	0.051
1.003	33.4	0.037
1.066	24.2	0.027
1.129	17.5	0.020
1.191	12.5	0.014
1.254	9.2	0.010
1.411	4.2	0.005
1.568	0.0	0

Paso 9: defina un intervalo de tiempo para interpolar el hidrograma:

Por lo general el intervalo de tiempo para interpolar el hidrograma equivale al valor de los intervalos de tiempo del hietograma. Las curvas de distribución de la lluvia en el tiempo por lo general están dadas para ΔT igual a un 10% del tiempo de concentración. Por tanto:

$$\Delta T = 0.1 \times 0.47h = 0.047h = 2.82 \text{ min}$$

Paso 10) Estime el hidrograma unitario interpolado para el ΔT del hietograma (Tabla 3)

Tabla 3: Hidrograma Unitario del SCS interpolado Para ΔT .

Hidrograma Unitario interpolado para el Δt del hietograma	
t+ Δt (horas)	U ($m^3/s/mm$)
0	0
0.047	0.06044
0.094	0.17667
0.141	0.36269
0.188	0.61376
0.235	0.81354
0.282	0.92037
0.329	0.92486
0.376	0.86430
0.423	0.76197
0.470	0.63174
0.517	0.47368
0.565	0.36227
0.612	0.28328
0.659	0.22616
0.706	0.17831
0.753	0.13653
0.800	0.10864
0.847	0.08542
0.894	0.06639
0.941	0.05107
0.988	0.04061
1.035	0.03203
1.082	0.02507
1.129	0.01950
1.176	0.01531
1.223	0.01207
1.270	0.00966
1.317	0.00743
1.364	0.00603
1.411	0.00464
1.458	0.00324
1.505	0.00185
1.552	0.00045
1.568	0.00000

La interpolación aplicada puede ser lineal. En tal caso Excel posee la función PRONOSTICO, que permite elaborar fácilmente dicha interpolación. El hidrograma interpolado corresponde al hidrograma unitario final del SCS.

2. HIDROGRAMA UNITARIO SINTÉTICO DE SNYDER

Se describen a continuación los principales componentes del hidrograma unitario de Snyder

2.1 Tiempo de rezago del modelo de Snyder

El tiempo de rezago definido como el tiempo en horas desde el centroide del histograma de precipitación efectiva hasta el caudal pico del hidrograma unitario se calcula como:

$$T_R = \frac{L_c^{0.8} (S + 1)^{0.7}}{1900 S_c^{0.5}} \quad [7]$$

Donde T_R representa el tiempo de rezago en horas, L_c es la longitud del canal principal en pies, S es el factor de retención o almacenamiento calculado con base al número de curva CN y S_c es la pendiente de la cuenca en porcentaje. Si el tiempo de rezago es mayor que el tiempo de concentración se recomienda utilizar la siguiente relación:

$$T_R = 0.6 T_c \quad [8]$$

Siendo T_c el tiempo de concentración en horas.

2.2 Duración de la lluvia según el método de Snyder

Snyder consideró lluvias que estuvieran de acuerdo con el tamaño de la cuenca definiendo para ello una relación de 1/5.5 veces el tiempo de rezago; así entonces:

$$t_s = \frac{T_R}{5.5} \quad [9]$$

Donde t_s será la duración de la lluvia efectiva en horas y T_R el tiempo de rezago en horas

2.3 Tiempo al pico del modelo de Snyder

El tiempo al pico puede calcularse como:

$$T_p = \frac{T}{2} + T_R \quad [10]$$

Donde T_p es el tiempo al pico, T representa la duración de la lluvia en horas (tiempo de concentración) y T_R es el tiempo de rezago.

2.4 Caudal al pico de Snyder

El caudal pico por milla cuadrada u_p puede ser estimado utilizando la siguiente expresión:

$$u_p = C_p \frac{640}{T_R} \quad [11]$$

Donde u_p representa el caudal al pico por unidad de área (en pie³/smi²), T_R es el tiempo de rezago en horas y C_p es un coeficiente que depende de la topografía de la cuenca variando entre 0.5 y 0.8. La ecuación anterior es usada cuando el hidrograma unitario a construir corresponde a una precipitación efectiva cuya duración coincide con el tiempo al pico en caso contrario se utiliza la siguiente expresión:

$$u_p = C_p \frac{640}{[T_R + (T - t_s)/4]} \quad [12]$$

t_s es la duración de la lluvia en horas y T es la duración de la precipitación efectiva en horas. Una vez obtenido el caudal al pico por unidad de área, el caudal al pico total se obtiene como:

$$U_p = u_p A_c \quad [13]$$

Siendo A_c el área total de la cuenca.

2.5 Duración de la escorrentía Superficial

El cálculo del tiempo base de Hidrograma unitario se estima mediante la siguiente expresión:

$$t_b = 3 + 3 \frac{T_R}{24} \quad [14]$$

Donde t_b es el tiempo base en días con T_R en horas, la ecuación 2.13 es adecuada para cuencas de tamaño considerable, pero para cuencas pequeñas arroja valores excesivamente altos, por lo que el tiempo base debe recalcularse como 3 a 5 veces el tiempo al pico.

2.6 Esquema de la hidrógrafa unitaria de Snyder

El cuerpo de ingenieros de los EEUU introdujo dos ecuaciones adicionales al modelo con el objeto de obtener 4 puntos del hidrograma unitario de Snyder que facilitan su definición. Dichas ecuaciones son:

$$W_{50} = \frac{770}{u_p^{1.08}} \quad [15]$$

$$W_{75} = \frac{440}{u_p^{1.08}} \quad [16]$$

Donde u_p representa el caudal al pico por unidad de área (en $\text{pie}^3/\text{smi}^2$), W_{50} es el intervalo de tiempo en horas correspondiente al 50% del caudal al pico y W_{75} es el intervalo de tiempo en horas correspondiente al 75% del caudal al pico. Cada intervalo de tiempo se ubicará en la hidrógrafa de tal forma que su tercera parte quede a la izquierda de la vertical que pasa por el pico del hidrograma unitario y las dos terceras partes a la derecha de la línea como se muestra en la Figura 6 (Snyder 1938).

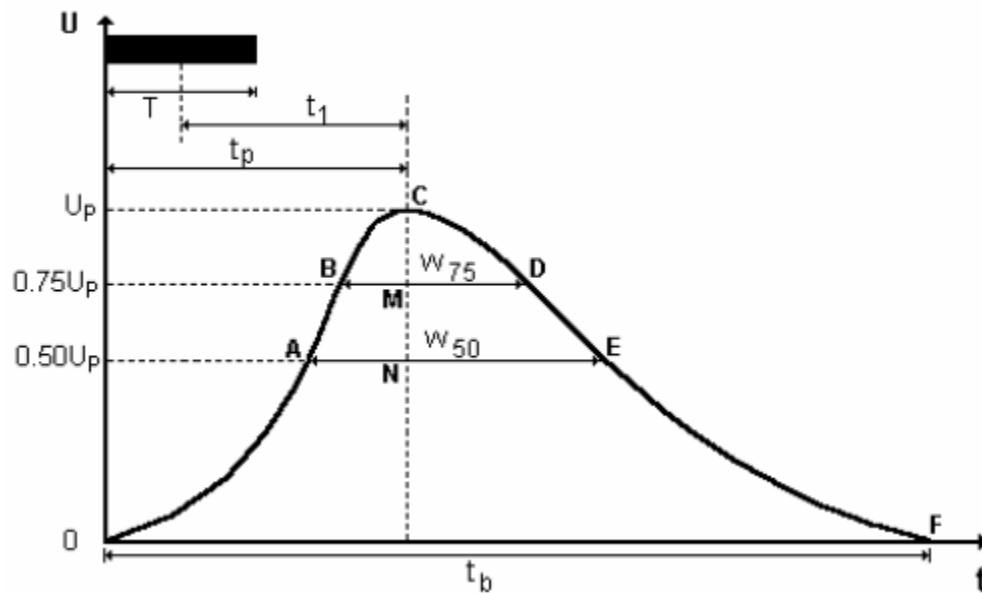


Figura 2 Esquema de la hidrógrafa de Snyder, (Fuente Snyder, 1938.)

Ejemplo de cálculo: Quebrada el Chumbimbo – Medellín Colombia

Paso 1: Transforme parámetros morfométricos necesarios al sistema Ingles.

$$A=0.54 \text{ mi}^2.$$

Paso 2: Estime el tiempo de concentración T_c utilizando la ecuación del SCS.

$$T_c = 0.97K^{0.385} \text{ Siendo } K = \frac{L_c^3}{H}$$

Donde L_c es la longitud del cauce hasta la divisoria en kilómetros y H corresponde a la diferencia de cotas entre los puntos extremos del cauce principal en pies.

$$T_c = 0.97 \left[\frac{(3.86)^3}{(2188 - 1524)} \times 3.28084 \right]^{0.385} = 0.47h$$

Recuerde que la duración de la tormenta de diseño será igual al tiempo de concentración, dicho T_c podrá ser estimado utilizando otras metodologías.

Paso 3: se estima el tiempo de rezago utilizando la ecuación [8]

$$T_R = \frac{3}{5}T_c = 0.6(0.47h) = 0.282h$$

Paso 4: determinar el t_s (duración de la lluvia efectiva) según la ecuación [9]

$$t_s = \frac{T_R}{5.5} = \frac{0.282}{5.5} = 0.051h$$

Paso 5: Determinar el tiempo al pico según [10]

$$T_p = \frac{T_c}{2} + T_R = \frac{0.47}{2} + 0.282 = 0.517h$$

Paso 6: Estimar el caudal pico por milla cuadrada u_p usando [11]:

Asumiendo $C_p = 0.8$

$$u_p = C_p \frac{640}{[T_R + (T - t_s)/4]} = 0.8 \frac{640}{[0.282 + (0.47 - 0.051)/4]} = 1323 \frac{ft^3}{smi^2in}$$

Paso 7: Determinar el caudal al pico

$$U_p = u_p A_c = 1323 \times 0.54 = 715 \frac{ft^3}{s(in)} = 0.797 \frac{m^3}{s(mm)}$$

Paso 8: calcular el tiempo base del hidrograma unitario mediante [14]

$$t_b = 3 + 3 \frac{T_R}{24} = 3 + 3 \frac{0.282}{24} = 3.035días$$

Como el tiempo base obtenida es extremadamente alto, este deberá recalcularse como 4 veces el tiempo al pico:

$$t'_b = 4T_p = 4(0.517) = 2.070h$$

Paso 9: Estimar el W_{50} y el W_{75}

$$W_{50} = \frac{770}{u_p^{1.08}} = \frac{770}{(1323)^{1.08}} = 0.328h$$

$$W_{75} = \frac{440}{u_p^{1.08}} = \frac{440}{(1323)^{1.08}} = 0.187h$$

Paso 10: Estimación de las coordenadas del hidrograma unitario: retomando la Figura 2-2 se deben estimar las coordenadas de los puntos A, B, C, D E y F.

Coordenadas del punto A

$$t = T_p - \frac{W_{50}}{3} = 0.517 - \frac{0.328}{3} = 0.408h \quad Q = 0.5U_p = 0.5(0.797) = 0.398 \frac{m^3}{smm}$$

Coordenadas del punto B

$$t = T_p - \frac{W_{75}}{3} = 0.517 - \frac{0.187}{3} = 0.455h \quad Q = 0.75U_p = 0.75(0.797) = 0.597 \frac{m^3}{smm}$$

Coordenadas del punto C

$$t = T_p = 0.517h \quad Q = U_p = 0.797 \frac{m^3}{smm}$$

Coordenadas del punto D

$$t = T_p + 2 \times \frac{W_{75}}{3} = 0.517 + 2 \times \frac{0.187}{3} = 0.642h \quad Q = 0.75U_p = 0.75(0.797) = 0.597 \frac{m^3}{smm}$$

Coordenadas del punto E

$$t = T_p + 2 \times \frac{W_{50}}{3} = 0.517 + 2 \times \frac{0.328}{3} = 0.736h \quad Q = 0.5U_p = 0.5(0.797) = 0.398 \frac{m^3}{smm}$$

Coordenadas punto F

$$t = t'_b = 2.070h \quad Q = 0$$

Tabla 4:Resumen coordenadas puntos del hidrograma

Coordenadas ptos del hidrograma		
	T	Q (m³/s/mm)
	0	0
A	0.408	0.398
B	0.455	0.597
C	0.517	0.797
D	0.642	0.597
E	0.736	0.398
F	2.070	0

Paso 11: Utilizando las coordenadas estimadas se construye una aproximación lineal por tramos para el cálculo de las ordenadas del hidrograma unitario de Snyder (Figura 3).

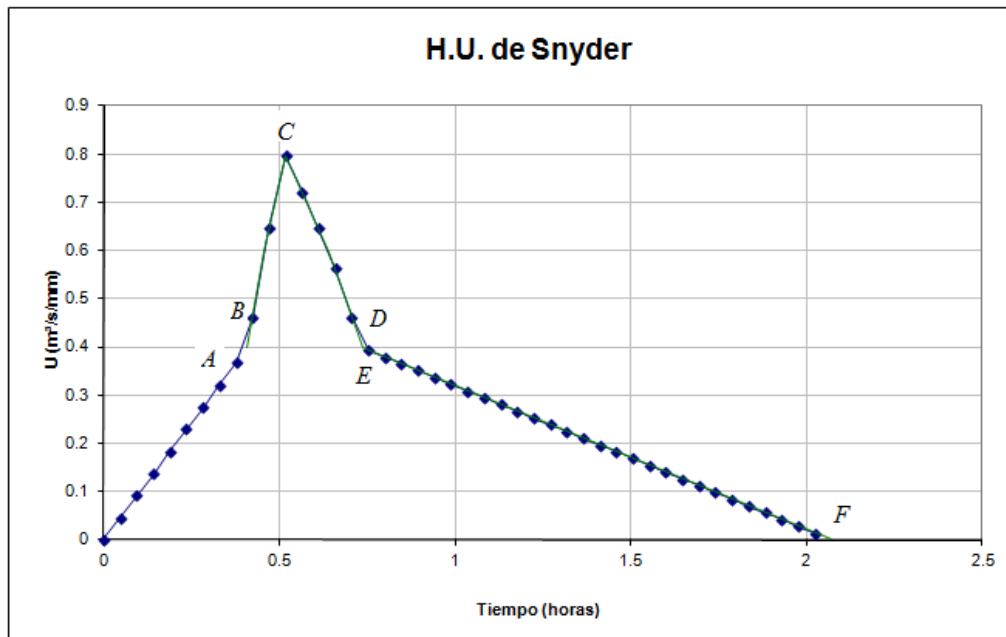


Figura 3: Aproximación lineal del Hidrograma Unitario de Snyder por tramos

Entre los diferentes puntos se estima la ecuación de la línea recta que los une para establecer las ecuaciones de los diferentes tramos.

Paso 12: Defina un intervalo de tiempo para interpolar el hidrograma:

Por lo general el intervalo de tiempo para interpolar el hidrograma equivale al valor de los intervalos de tiempo del hidrograma. Las curvas de distribución de la lluvia en el tiempo por lo general están dadas para ΔT igual a un 10% del tiempo de concentración. Por tanto:

$$\Delta T = 0.1 \times 0.47h = 0.047h = 2.82 \text{ min}$$

Paso 13) Estime el hidrograma unitario interpolado para el ΔT del hidrograma.

Usando las ecuaciones definidas en el paso 11 se estiman las diferentes ordenadas de hidrograma unitario de Snyder como se muestra en la Tabla 5.

Tabla 4: Estimación del hidrograma unitario de Snyder

Hidrograma Unitario	
t+ Δ t	Q (m ³ /s/mm)
0	0
0.047	0.04589
0.094	0.09178
0.141	0.13767
0.188	0.18356
0.235	0.22945
0.282	0.27534
0.329	0.32124
0.376	0.36713
0.423	0.46252
0.470	0.64642
0.517	0.79659
0.565	0.72151
0.612	0.64642
0.659	0.56264
0.706	0.46252
0.753	0.39326
0.800	0.37922
0.847	0.36517
0.894	0.35113
0.941	0.33708
0.988	0.32304
1.035	0.30899
1.082	0.29495
1.129	0.28090
1.176	0.26686
1.223	0.25281
1.270	0.23877
1.317	0.22472
1.364	0.21068
1.411	0.19663
1.458	0.18259
1.505	0.16854
1.552	0.15450
1.600	0.14045
1.647	0.12641
1.694	0.11236
1.741	0.09832
1.788	0.08427
1.835	0.07023
1.882	0.05618
1.929	0.04214
1.976	0.02809
2.023	0.01405

3. HIDROGRAMA UNITARIO SINTÉTICO DE WILLIAMS Y HANN

A principios de la década del 70 Jimmy R. Williams y Roy W. Hann propusieron un modelo para calcular el hidrograma sintético producido por una lluvia instantánea en una cuenca, a partir de sus principales características geomorfológicas, como el área, la pendiente del canal principal y la relación largo ancho.

Las características geomorfológicas de la cuenca están representadas por dos parámetros, que son la constante de recesión K y el tiempo al pico T_p .

3.1 Parámetros del modelo de Williams y Hann

La constante de recesión K y el tiempo al pico T_p fueron determinados por Williams y Hann mediante análisis de regresión realizados sobre una muestra de 34 cuencas localizadas en diversos lugares de E.E.U.U. cuyas áreas oscilan entre 0.5 y 25 millas cuadradas. Dichos análisis arrojaron como resultado las siguientes ecuaciones:

$$K = 27.0A_c^{0.231}S_{cp}^{-0.777}\left(\frac{L_c}{W_c}\right)^{0.124} \quad [17]$$

$$T_p = 4.63A_c^{0.422}S_{cp}^{-0.48}\left(\frac{L_c}{W_c}\right)^{0.133} \quad [18]$$

Siendo A_c el área de la cuenca en mi^2 , S_{cp} la pendiente media del canal principal en $pies/mi$, y L_c/W_c es la relación largo ancho de la cuenca.

3.2 Tiempos del Modelo

La determinación de los tiempos t_0 y t_1 y de los parámetros n y B es necesaria para la obtención del hidrograma sintético. Estos tiempos fueron deducidos por Williams y Hann y las expresiones para obtenerlos son las siguientes:

$$t_o = T_p \left[1 + \frac{1}{(n-1)^{1/2}} \right] \quad [19]$$

El punto t_1 está localizado a una distancia igual a dos veces la constante de recesión de la cuenca ($2K$) contada a partir de t_0 , es decir:

$$t_1 = t_0 + 2K \quad [20]$$

Dentro de la literatura n es conocido como el parámetro de forma del hidrograma sintético unitario de Williams y Hann y esta dado por la siguiente relación:

$$n = 1 + \left\{ \frac{1}{2(K/T_p)} + \left[\frac{1}{4(K/T_p)^2} + \frac{1}{(K/T_p)} \right]^{1/2} \right\}^2 \quad [21]$$

El coeficiente B actúa mas como un parámetro de conversión de unidades que como un parámetro de significado físico. El valor de B se encuentra resolviendo la ecuación integral derivada por de Williams y Hann pero para efectos prácticos el valor de B se estima gráficamente en función de n según lo muestran la Figura y la Figura

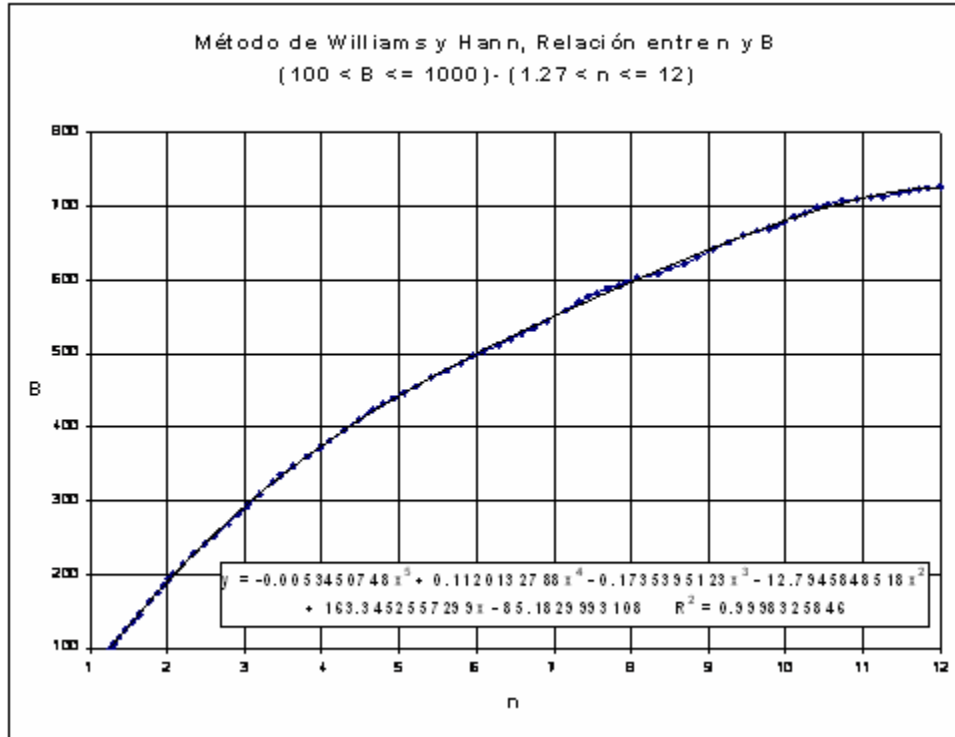


Figura4: Relación entre n y B (parte 1)

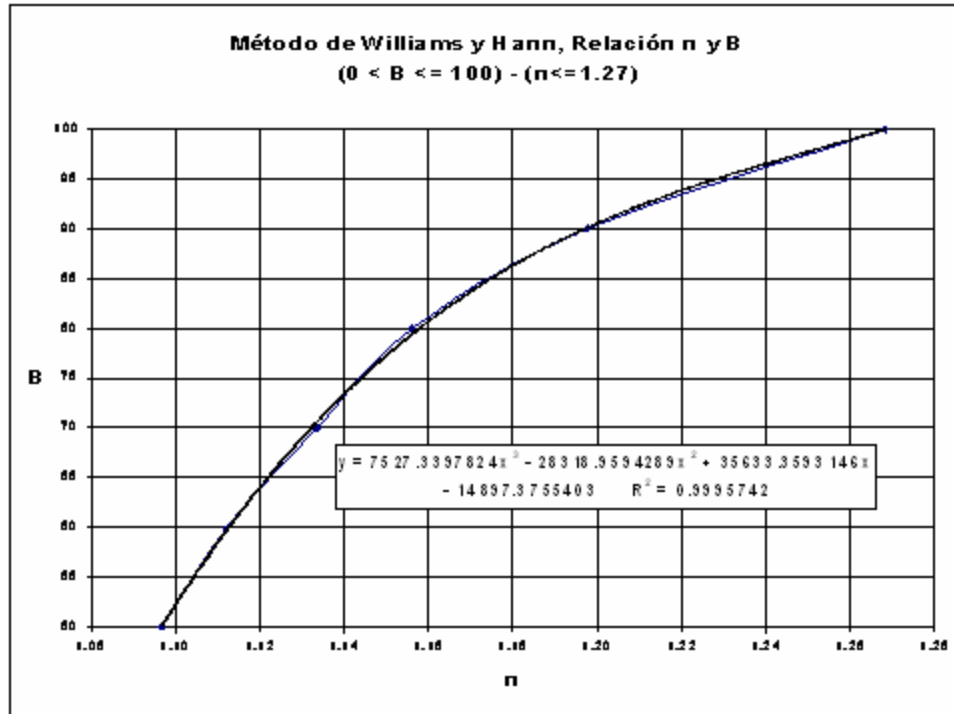


Figura5: Relación entre n y B (parte 2)

3.3 Caudal al Pico del hidrograma Unitario de Williams y Hann

El caudal al pico se estima como:

$$U_p = \frac{BA_c}{T_p} \quad [22]$$

3.4 Forma del Hidrograma unitarios de Williams y Hann

Las ecuaciones propuestas por Williams y Hann para la determinación de la forma de su hidrograma unitario sintético son las siguientes:

$$U = U_p \left(\frac{t}{T_p} \right)^{n-1} \exp \left[(1-n) \left(\frac{t}{T_p} - 1 \right) \right] \Rightarrow t \leq t_0 \quad [23]$$

$$U = U_0 \exp \left(\frac{t_0 - t}{K} \right) \Rightarrow t_0 \leq t \leq t_1 \quad [24]$$

$$U = U_1 \exp \left(\frac{t_1 - t}{3K} \right) \Rightarrow t \geq t_1 \quad [25]$$

Un esquema del hidrograma unitario sintético de Williams y Hann se presenta en la Figura

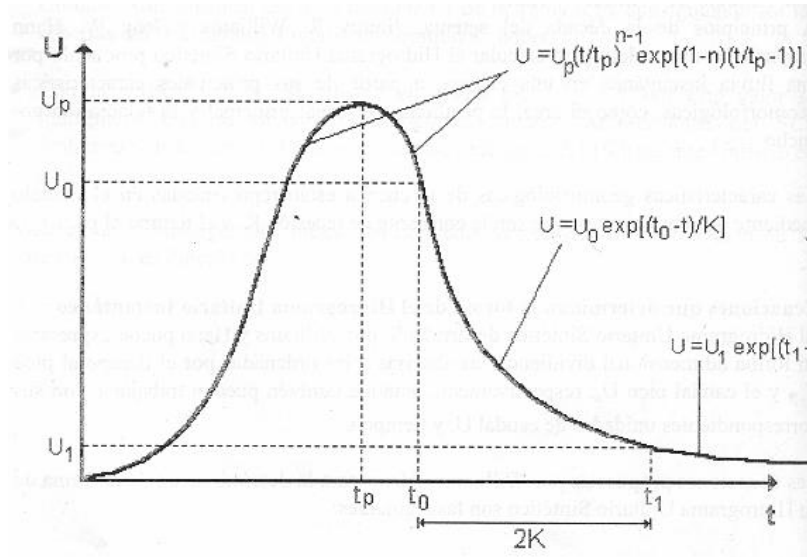


Figura6: Esquema hidrograma unitario de Williams y Hann

Ejemplo de cálculo: quebrada el Chumbimbo

Paso 1: Transforme parámetros morfométricos necesarios al sistema Ingles.

Parámetro	Valor	Unidades
Área de drenaje	0.540	mi ²
Longitud Cauce principal	2.330	mi
Longitud río hasta la divisoria	2.398	mi
Cota mayor río	7178.5	ft
Cota menor río	5000.0	ft

Paso 2: Estimar el ancho de la cuenca W_c , S_{cp} la pendiente media del canal principal en *pies / mi*, y L/W_c es la relación largo ancho de la cuenca.

El Ancho de la cuenca se estima como la relación entre el área y la longitud del cauce principal

$$W_c = \frac{0.54}{2.33} = 0.232 \text{mi}$$

La pendiente media del canal principal será la cota mayor del río menos la cota menor del río dividida la longitud de cauce principal:

$$S_{cp} = \frac{7178 - 5000}{2.33} = 934.9 \frac{\text{ft}}{\text{mi}}$$

La relación largo – ancho de la cuenca se calcula como la división entre la longitud del río hasta la divisoria dividida por el ancho de la cuenca:

$$L/W_c = 2.398 / 0.232 = 10.3$$

Paso 3: Determinar la constante de recesión K y el tiempo al pico T_p usando las ecuaciones [17] y [18]:

$$K = 27.0 A_c^{0.231} S_{cp}^{-0.777} \left(\frac{L_c}{W_c} \right)^{0.124} = 27 \times (0.54)^{0.231} (934.9)^{-0.777} (10.3)^{0.124} = 0.154h$$

$$T_p = 4.63 A_c^{0.422} S_{cp}^{-0.48} \left(\frac{L_c}{W_c} \right)^{0.133} = 4.63 (0.54)^{0.422} (934.9)^{-0.48} (10.3)^{0.133} = 0.209h$$

Paso 4: Estimar los parámetro n y B de la cuenca.

Inicialmente se debe estimar la relación (K/T_p)

$$(K/T_p) = 0.154/0.209 = 0.735$$

Luego el parámetro de forma del hidrograma unitario sintético n se estima como:

$$n = 1 + \left\{ \frac{1}{2(K/T_p)} + \left[\frac{1}{4(K/T_p)^2} + \frac{1}{(K/T_p)} \right]^{1/2} \right\}^2 = 1 + \left\{ \frac{1}{2(0.735)} + \left[\frac{1}{4(0.735)^2} + \frac{1}{(0.735)} \right]^{1/2} \right\}^2 = 5.127$$

En las Figuras 2-3 y 2-4 se presentan las relaciones entre n y B para diferentes rangos de n . de manera visual, o utilizando las ecuaciones de ajuste que se presentan en la tabla se puede estimar el valor de B .

Con $n=5.127$ (figura 2-3) $B = 451.1$

Paso 5: Estimar los tiempos del modelo y el caudal al pico

$$t_o = T_p \left[1 + \frac{1}{(n-1)^{1/2}} \right] = 0.209 \left[1 + \frac{1}{(5.127-1)^{0.5}} \right] = 0.313h$$

$$t_1 = t_o + 2K = 0.313 + 2 \times (0.154) = 0.620h$$

Asumiendo profundidad de la lluvia unitaria de $1 \text{ mm} = 1/25.4 \text{ in}$

$$U_p = \frac{BA_c}{T_p} = \frac{451(0.54)}{0.209} \times (1/25.4) = 45.79 \frac{ft^3}{s(in)} = 1.297 \frac{m^3}{s(mm)}$$

Paso 6: determinar los tramos para la aplicación de las ecuaciones paramétricas.

El primer tramo de la ecuación de Williams y Hann está dado por la ecuación:

$$U = U_p \left(\frac{t}{T_p} \right)^{n-1} \exp \left[(1-n) \left(\frac{t}{T_p} - 1 \right) \right] \Rightarrow t \leq t_0$$

Caundo $t = t_0$ se tiene que $U = U_0$ por tanto

$$U_0 = U_p \left(\frac{t_0}{T_p} \right)^{n-1} \exp \left[(1-n) \left(\frac{t_0}{T_p} - 1 \right) \right] = 45.79 \left(\frac{0.313}{0.209} \right)^{5.127-1} \exp \left[(1-5.127) \left(\frac{0.313}{0.209} - 1 \right) \right] = 31.33 \frac{ft^3}{s(in)}$$

Para el segundo tramo del hidrograma sintético se tiene que:

$$U = U_0 \exp \left(\frac{t_0 - t}{K} \right) \Rightarrow t_0 \leq t \leq t_1$$

Caundo $t = t_1$ se tiene que $U = U_1$ por tanto

$$U_1 = U_0 \exp \left(\frac{t_0 - t_1}{K} \right) = 31.33 \exp \left(\frac{0.313 - 0.620}{0.154} \right) = 4.24 \frac{ft^3}{s(in)}$$

En resumen los intervalos para la aplicación de las ecuaciones paramétricas están dadas por

Con una profundidad unitaria de la lluvia R=1 mm				0.039370079 pulg			
Intervalos para aplicación de formulas							
t_p (h)=	0.209	U_p	45.793	pie ³ /s/pulg	1.297	m ³ /s/mm	$t < t_0$
t_0 (h) =	0.313	U_0	31.331	pie ³ /s/pulg	0.887	m ³ /s/mm	$t_0 < t < t_1$
t_1 (h)=	0.620	U_1	4.240	pie ³ /s/pulg	0.120	m ³ /s/mm	$t > t_1$

Paso 7: Defina un intervalo de tiempo para interpolar el hidrograma:

Por lo general el intervalo de tiempo para construir el hidrograma equivale al valor de los intervalos de tiempo del hietograma. Las curvas de distribución de la lluvia en el tiempo por lo general están dadas para ΔT igual a un 10% del tiempo de concentración. Por tanto:

$$\Delta T = 0.1 \times 0.47h = 0.047h = 2.82 \text{ min}$$

Paso 8: Estime el hidrograma unitario interpolado para el ΔT del hietograma.

Usando las ecuaciones [23] [24] [25] se estiman las diferentes ordenadas de hidrograma unitario de William y Hann para cada uno de los tramos definidos por el método.

t (horas)	Q (pie ³ /s/pulg)	Q (m ³ /s/mm)
0	0	0
0.05	2.4	0.067
0.09	16.4	0.463
0.14	34.5	0.977
0.19	44.8	1.267
0.24	44.5	1.260
0.28	37.4	1.058
0.33	28.1	0.796
0.38	20.7	0.586
0.42	15.2	0.432
0.47	16.4	0.318
0.52	8.3	0.234
0.56	6.1	0.173
0.61	4.5	0.127
0.66	3.9	0.110
0.71	3.5	0.100
0.75	3.2	0.090
0.80	2.9	0.081
0.85	2.6	0.074
0.89	2.3	0.066
0.94	2.1	0.060
0.99	1.9	0.054
1.03	1.7	0.049
1.08	1.6	0.044
1.13	1.4	0.040
1.18	1.3	0.036
1.22	1.1	0.033
1.27	1.0	0.029
1.32	0.9	0.027
1.36	0.8	0.024
1.41	0.8	0.022
1.46	0.7	0.020
1.51	0.6	0.018
1.55	0.6	0.016
1.60	0.5	0.014
1.65	0.5	0.013
1.69	0.4	0.012
1.74	0.4	0.011
1.79	0.3	0.010

1.83	0.3	0.009
1.88	0.3	0.008
1.93	0.2	0.007
1.98	0.2	0.006
2.02	0.2	0.006
2.07	0.2	0.005
2.12	0.2	0.005
2.16	0.1	0.004
2.21	0.1	0.004
2.26	0.1	0.003
2.31	0.1	0.003
2.35	0.1	0.003
2.40	0.1	0.003
2.45	0.1	0.002
2.49	0.1	0.002
2.54	0.1	0.002
2.59	0.1	0.002
2.63	0.1	0.002
2.68	0.0	0.001
2.73	0.0	0.001
2.78	0.0	0.001
2.82	0.0	0.001
2.87	0.0	0.001
2.92	0.0	0.001
2.96	0.0	0.001
3.01	0.0	0.001
3.06	0.0	0.001
3.10	0.0	0.001
3.15	0.0	0.000
3.20	0.0	0.000
3.25	0.0	0.000

4. Método Racional

Esta técnica se usa ampliamente en nuestro medio, debido a su aparente simplicidad, aunque no siempre con buenos resultados, ya que pocos ingenieros entienden bien el significado de cada uno de los parámetros involucrados en la expresión. Según este método el caudal máximo instantáneo es el resultado de multiplicar tres factores, como se muestra en siguiente expresión:

$$Q = \frac{CIA}{3.6} \quad [25]$$

C: coeficiente de escorrentía

I: intensidad en mm/h (definida para una duración y período de retorno específico)

A: área de la subcuenca en km².

Q: caudal al pico en m³/s.

Los efectos de la lluvia y del tamaño de la cuenca son considerados en la expresión explícitamente; otros procesos son considerados implícitamente en el tiempo de concentración y el coeficiente de escorrentía. El almacenamiento temporal y las variaciones espaciotemporales de la lluvia no son tenidos en cuenta. Debido a esto, el método debe dar buenos resultados, solo en cuencas pequeñas no mayores de 50 km². La intensidad se obtiene de las curvas I-D-F, para una lluvia con duración igual al tiempo de concentración.

El coeficiente de escorrentía se determina como un promedio ponderado tomando en cuenta la distribución de áreas y usos del suelo de la cuenca en estudio. En la Tabla **¡Error! No hay texto con el estilo especificado en el documento.-1** y la Tabla **¡Error! No hay texto con el estilo especificado en el documento.-2** se muestra los tipos de suelo y los valores del coeficiente C según el método racional (Chow ,1994)

Tabla ¡Error! No hay texto con el estilo especificado en el documento.-1 Tipos de Usos del Suelo

TIPO	USOS DEL SUELO
1	Forestal protector
2	Uso mixto
3	Uso mixto urbano-rural (Residencial 38% impermeable)
4	Áreas y Corredores de Actividad Múltiple de Cobertura Zonal
5	Corredor Barrial
6	Equipamientos generales o de Ciudad (Residencial 38% impermeable)
7	Residencial tipo 1(65% impermeable)
8	Verdes

Tabla ;Error! No hay texto con el estilo especificado en el documento.-2
periodos de Retorno

Coefficientes de escorrentía para diferentes

USO DEL SUELO	TR=2.33	TR=5	TR=10	TR=25	TR=50	TR=100
1	0,35	0,39	0,41	0,45	0,48	0,52
2	0,40	0,43	0,45	0,49	0,52	0,55
3	0,37	0,4	0,42	0,46	0,49	0,53
4	0,75	0,8	0,83	0,88	0,92	0,97
5	0,73	0,77	0,81	0,86	0,9	0,95
6	0,37	0,4	0,42	0,46	0,49	0,53
7	0,40	0,43	0,45	0,49	0,52	0,55
8	0,35	0,39	0,41	0,45	0,48	0,52

Cálculo de los porcentajes de ponderación para estimar el coeficiente C

	area (m2)	%area
1 Forestal protector	71239	5.09
2 Uso mixto	253326	18.11
3 Uso mixto urbano-rural (Residencial 38% impermeable)	12214	0.87
4 Areas y Corredores de Actividad Múltiple de Cobertura Zonal	28962	2.07
5 Corredor Barrial	14164	1.01
6 Equipamientos generales o de Ciudad (Residencial 38% impermeable)	166495	11.90
7 Residencial tipo 1(65% impermeable)	772961	55.25
8 Verdes	79639	5.69
Area total	1399000	100

Ejemplo de cálculo para la quebrada el Chumbimbo en función de los usos del suelo

Uso	%area	Coefficiente C Tr=2.33	Coefficiente C Tr=5	Coefficiente C Tr=10	Coefficiente C Tr=25	Coefficiente C Tr=50	Coefficiente C Tr=100
1	5.09	0.35	0.39	0.41	0.45	0.48	0.52
2	18.11	0.40	0.43	0.45	0.49	0.52	0.55
3	0.87	0.37	0.4	0.42	0.46	0.49	0.53
4	2.07	0.75	0.8	0.83	0.88	0.92	0.97
5	1.01	0.73	0.77	0.81	0.86	0.9	0.95
6	11.90	0.37	0.4	0.42	0.46	0.49	0.53
7	55.25	0.40	0.43	0.45	0.49	0.52	0.55
8	5.69	0.35	0.39	0.41	0.45	0.48	0.52
Ponderados		0.401	0.433	0.453	0.494	0.524	0.557

Cálculo del caudal

Tr (años)	Intensidad (mm/h)	Q m ³ /s	Q pie ³ /s
2.33	64.88	10.12	357.37
5	79.10	12.34	435.70
10	86.59	13.51	476.98
25	103.58	16.16	570.53
50	113.28	17.67	623.95
100	128.78	20.09	709.35